Grekisk matematik

3
①

När vi pratar om Grekland runt 2800 f.Kr så är det inte Grekland som idag vi menar utan

- Mindre Asien (delar av dagens Turkiet)
- Grekland
- Södra Italien
- Nordafrika
- Rhodos
- Kreta
- Sicilien

I Grekland så använde man sig av diverse hieroglyfiska system för skrift, men 775 f.Kr så gick man över till ett bokstavsalfabet, det så kallade Feniciska alfabetet.

Det hände mycket med Grekisk matematik. ~~[illegible]~~ Eftersom det var ett utspritt land så fick man in många informationskällor, såsom Egypten och Mesopotamien, vilket ledde till stora möjligheter för matematiken att blomstra. Även ~~[illegible]~~ fast man utvecklade ett bokstavsalfabet som gjorde spridnings-möjligheterna av deras skrift stor så är väldigt få original matematiska manuskript bevarade.

~~[illegible]~~ Anledning:

- De använde papyrusrullar

~~[illegible]~~

De manuskript som är bevarade (via någon annan) är tyvärr en aning opålitliga, eftersom det är saker som ha blivit ändrade. (Man ha lagt till eller tagit bort saker)

Även ett av genom tidernas största matematiske verk har blivit ärad i både bevis och satser. Jag pratar då om Euklides Elementa. som består av 13 böcker.

Vi återkommer till Elementa senare i kursen.

Se på nätet:

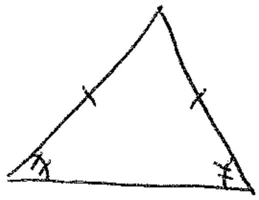
http://farside.ph.utexas.edu/euclid.html

Vi ska nu diskutera olika skolor/akademier som var kända i Grekland:

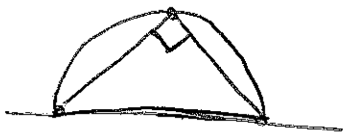
<u>Jonien:</u> (Västra Turkiet)

- Thales grundade en av de finaste skolorna i Miletus. (600-500 f.Kr).
- Efter Thales finns det inga skrifter kvar.
- Thales sägs ha
    - kunnat förutsäga solförmörkelser
    - kunnat spå väder
    - konstruerat en almanacka
    - navigerat efter stjärnorna
- Thales var även matematiker. Han visste
    - att diametern delar cirkeln i två lika stora delar

- basvinklarna i en likbent triangel är lika



- Vinkeln i en halvcirkel är rät



- Thales hade två studenter; Anaximandros och Anaximendes som tillsammans födde en vetenskaplig tradition.

Hypotes - Kritik - Omformulering.

Thales hade en hypotes - En av studenterna fick kritisera - den andra gjorde en omformulering.

Detta skapade en bra vetenskap som utvecklades.

Pythagoréerna:

- Pythagoras skapade en skola i Kroton (grekisk del i södra Italien).

- Pythagoréerna lämnade inga verk efter sig, utan vi vet endast vad de gjorde genom andras observationer

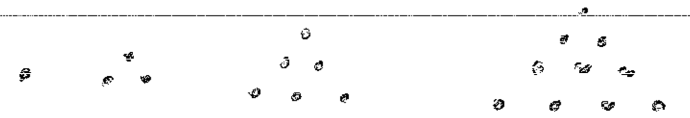
- Pythagoras studerade under Thales i Miletos. Reste därefter till Egypten. Gick med ett religiöst samfund i Thebe. Perserna invaderade varvid han stack till Mesopotamien, för att sedan åka till Kroton. (det var nu han startade skolan).

- Då Pythagoras skapade skolan så startade han även ett religiöst, vetenskapligt och filosofiskt brödraskap. (Pythagoréerna) Det var begränsat medlemsskap och hemliga kunskaper.

- Pythagoras betraktade ofta abstrakta problem, och då "brödraskapet" samlades så skrev man ofta i sanden eller använde kulor.

Ex:

Triangulära tal 1, 3, 6, 10, ...



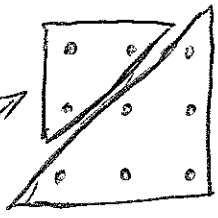
1 , 1+2 , 1+2+3 , 1+2+3+4

Ex:

Kvadratiska tal 1, 4, 9, 16, ...

1 , $4=2^2$, $9=3^2$, $16=4^2$

Man kunde använda triangulära tal för att få kvadratiska tal



Triangulärt tal nr 3

Triangulärt tal nr 2.

∴ Tri. nr. 2 + Tri. nr. 3 = Kvadratiskt tal nr 3.

Man använde även sig av gnomon för att skapa kvadratiska tal.

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

gnomoner.

- Pythagoréerna hittade en regel för triplar av heltal som kunde vara sidorna i en rätvinklig triangel, t.ex (3,4,5). (Heltal).
- Man visade t.ex att om m är udda så är

$$m,\ \frac{m^2-1}{2},\ \frac{m^2+1}{2}$$ sådana triplar.

(Pythagoreiska triplar).

Sammanfattning Pythagoréerna:

- Pythagoréerna tyckte allt var tal
- Man räknade inte med bråk, utan förhållanden.
- Mycket talteori
- Då pythagoréerna uträkningar inte blev ett heltal så blev de förvirrade. De införde kommuserabla och inkommuserabla ~~[illegible]~~ förhållanden.
- Babylonierna och Egyptierna arbetade inte med inkommuserabla "tal" utan man approximerade bara dem.
- Man arbetade mycket med trianglar och förstod att vinkelsumman i en triangel är 180°.

Zenons paradoxer:

- Zenon var filosof och inte matematiker.

- Akilles och sköldpaddan:

Sköldpaddan får försprång. När Akilles har kommit dit sköldpaddan startade så har sköldpaddan kommit en bit till, osv. Akilles kommer aldrig fram till sköldpaddan.
Detta handlar förstås om oändliga serier och dess konvergens.

~~[illegible]~~
- Zenon hade flera paradoxer.

Sofistiska skolan

- Många resultat blev biprodukter då de försökte lösa tre kända problem:
    - Konstruera en kvadrat med area lika med arean av en given cirkel.
    - Givet en sida i en kub, konstruera en kub med dubbla volymen.

- tredela vinkeln

med hjälp av passare och linjal.

- Dubbla kuben är omöjligt.
- Konstruera en kvadrat med en cirkels area är omöjligt
- Tredela vinkeln är omöjligt

- Vad kunde man göra med passare och linjal:

  - Tvådela vinkeln
  - Givet diagonalen i en kvadrat så kunde man ta denna diagonal som sidan i en ny kvadrat med dubbla arean.

  - konstruera vissa månghörningar. (teoretiskt, så är det endast möjligt att konstruera en n-hörning. om alla udda primtal som delar n är Fermatprimtal, dvs på formen $2^{2^k}+1, k \geq 0$, och vilkas kvadrat <u>inte</u> delar n.

Platonska skolan:

- Platon belyste filosofiska teser med exempel från matematiken
- Platon grundade Akademin i Athen 387 f.Kr.
- Platon var känd för boken Staten, som handlade om hur en stat ska fungera.
- Den platonska skolans mest signifikanta upptäckt var koniska sektioner.

Aristoteles:

- En vetskap byggs upp av en hierarki av utsagor:

  a) Grundsatser (axiom)
  b) Satser.

- Satserna deduceras ur grundsatserna.
- Vi behöver objekt (Här kommer Platon in)
  - Objekten tillkommer genom definitioner.
    - fundamentala begrepp – Ett begrepp som inte behöver definieras (t.ex. punkter, sträckor)
    - härledda begrepp (t.ex. kvadrat eller rektangel)

- Grundsatserna indelas i

  - Axiom (självklart påstående om någonting)

  - Postulat (Självklar konstruktion av någonting)
    För en särskild vetenskap.

I definitioner anges meningen med någonting
I postulat garanteras existensen av någonting.